

第3讲 格点问题冲刺

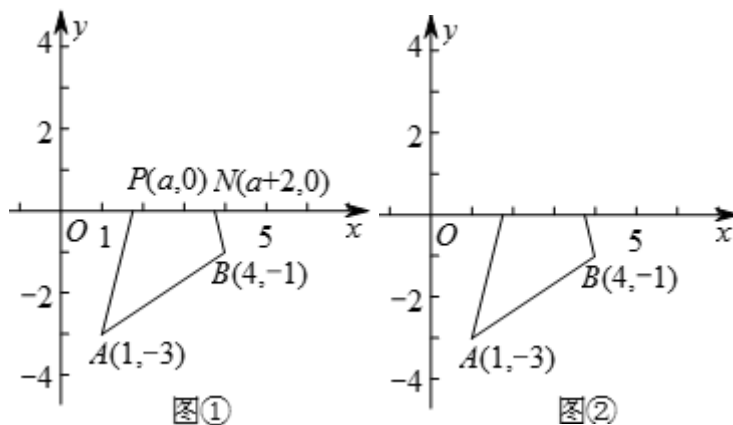
一、线段最值问题（三）

例题1

1. 如图①，在平面直角坐标系中，点 $A(1, -3)$ ， $B(4, -1)$ ， $P(a, 0)$ ， $N(a+2, 0)$ 。

PN 的长为 _____。

要使四边形 $PABN$ 的周长最小，请在图②中画出点 P 、 N 的位置，并计算 a 的值为 _____。

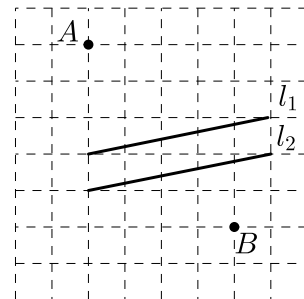


练习1

2. 如图，在每个小正方形的边长为1的网格中，点 A ， B 均在格点上， l_1 ， l_2 是一条小河平行的两岸。

(1) AB 的距离等于 _____。

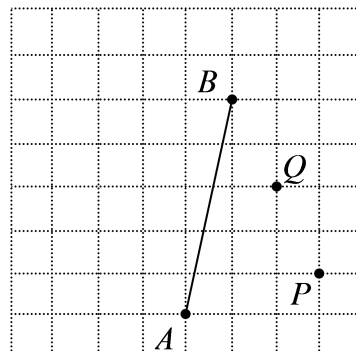
(2) 现要在小河上修一座垂直于两岸的桥 MN (点 M 在 l_1 上，点 N 在 l_2 上，桥的宽度忽略)，使 $AM + MN + NB$ 最短，请在如图所示的网格中，用无刻度的直尺，画出 MN ，并简要说明点 M ， N 的位置是如何找到的（不要求证明）_____。



3. 在下列网格中，每个小正方形的边长都是1，点 A ， B ， P ， Q 均为格点．

(1) 线段 AB 的长度等于 _____ ．

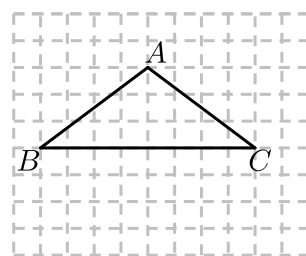
(2) 点 M 、 N 是线段 AB 上的两个动点 (M 较靠近点 B)，且始终满足 $MN = \frac{1}{4}\sqrt{26}$ ，若点 M 、 N 运动到恰好使四边形 $MNPQ$ 的周长最小时，请在给定的网格中用无刻度直尺画出点 M 的位置，并简要说明你的作图方法： _____ ．



二、 线段最值问题 (四)

|| 例题2

4. 在每个小正方形的边长为1的网格中，有等腰三角形 ABC 、点 A 、 B 、 C 都在格点上，点 D 为线段 BC 的动点．

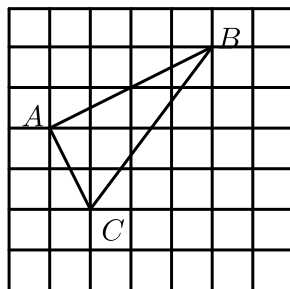


(1) AC 的长度等于 _____ ．

(2) 当 $AD + \frac{3}{5}DC$ 最短时，请用无刻度的直尺，画出点 D ，并简要说明点 D 的位置是如何找到的 (不要求证明) _____ ．

练习2

5. 如图，将 $\triangle ABC$ 放在每个小正方形的边长为1的网格中，点 A ，点 B ，点 C 均落在格点上。

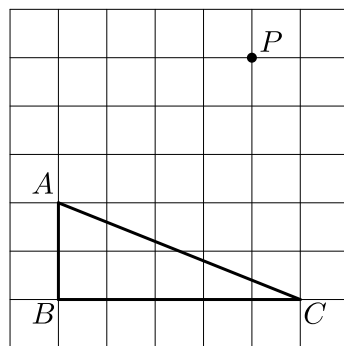


- (1) $\triangle ABC$ 的面积等于 _____ .
- (2) 点 P 为边 BC 上的动点，当 $\sqrt{5}AP + BP$ 取得最小值时，请在如图所示的网格中，用无刻度的直尺，画出线段 AP ，并简要说明点 P 的位置是如何找到的（不要求证明） _____ .

三、对称与旋转

例题3

6. 如图，在每个小正方形的边长为1的网格中， $\triangle ABC$ 的顶点 A ， B ， C 均落在格点上。

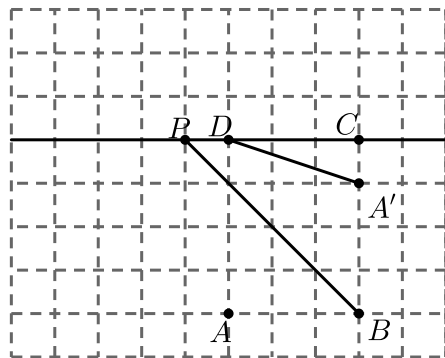


- (1) AC 的长等于 _____ .
- (2) 点 P 落在格点上， M 是边 BC 上任意一点，点 B 关于直线 AM 的对称点为 B' ，当 PB' 最短时，请在如图所示的网格中，用无刻度的直尺，画出点 B' ，并简要说明点 B' 的位置是如何找到的（不要求证明） _____ .

练习3

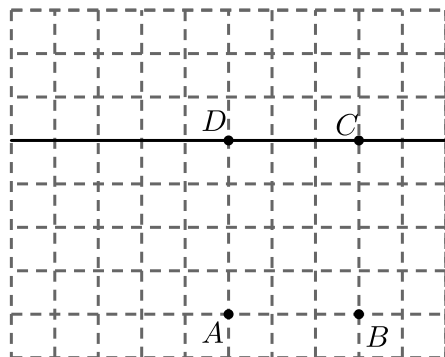
7. 如图，在每个小正方形的边长为1的网格中，点 A, B, C, D 均在格点上，点 P 是在直线 CD 上的动点，连 BP ，点 A' 是点 A 关于直线 BP 的对称点。

(1) 在图①中，当 $DP = 1$ (点 P 在点 D 的左侧) 时，计算 DA' 的值等于_____。



图①

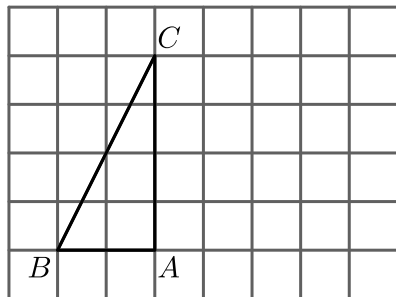
(2) 当 DA' 取得最小值时，请在如图②所示的网格中，用无刻度的直尺，画出点 A' ，并简要说明点 A' 的位置是如何找到的 (不要求证明) _____。



图②

例题4

8. 如图，在每个小正方形的边长为1的网格中， $\triangle ABC$ 的顶点 A, B, C 均在格点上。



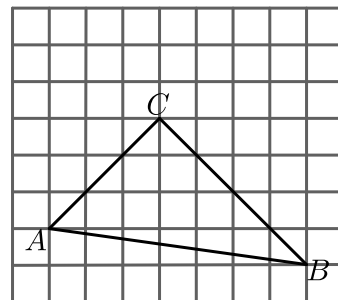
(1) BC 的长等于_____。

(2) 在如图所示的网格中，将 $\triangle ABC$ 绕点 A 旋转，使得点 B 的对应点 B' 落在边 BC 上，得到 $\triangle AB'C'$ ，请用无刻度的直尺，画出 $\triangle AB'C'$ ，并简要说明这个三角形的各个顶点是如何找到的 (不要求证明)。



练习4

9. 如图，在每个小正方形的边长为1的网格中， $\triangle ABC$ 的顶点 A, B, C 均在格点上。

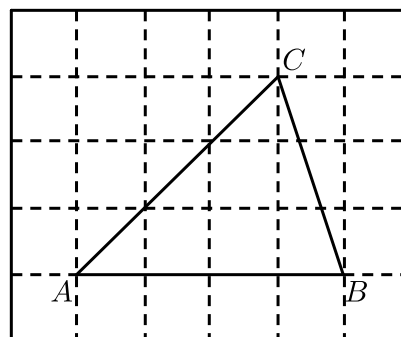


- (1) $\angle ACB$ 的大小为 _____ .
- (2) 在如图所示的网格中， P 是 BC 边上任意一点，以 A 为中心，取旋转角等于 $\angle BAC$ ，把点 P 逆时针旋转，点 P 的对应点为 P' ，当 CP' 最短时，请用无刻度的直尺，画出点 P' ，并简要说明点 P' 的位置是如何找到的（不要求证明） _____ .

四、三角形内接最大图形

例题5

10. 如图，将 $\triangle ABC$ 放在每个小正方形的边长为1的网格中，点 A, B, C 均落在格点上。



- (1) $\triangle ABC$ 的面积等于 _____ .
- (2) 若四边形 $DEFG$ 是 $\triangle ABC$ 中所能包含的面积最大的正方形，请在如图所示的网格中，用直尺和三角尺画出该正方形，并简要说明画图方法（不要求证明）。

练习5

11. 如图1，将 $\triangle ABC$ 放在每个小正方形的边长为1的网格中，点 A 、 B 、 C 均落在格点上，点 M 、 N 分别为边 AB 、 AC 上的动点，且 $MN \parallel BC$ ，将 $\triangle AMN$ 沿 MN 翻折得到 $\triangle A'MN$ ，设 $\triangle A'MN$ 与四边形 $BCNM$ 重叠部分的面积为 S 。

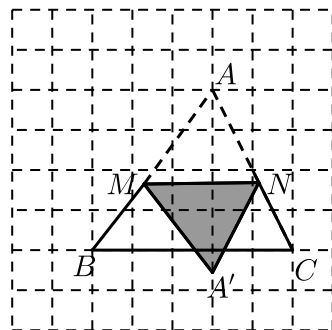


图 1

- (1) $\triangle ABC$ 的面积等于 _____ 。
- (2) 当 S 最大时，请在图2所示的网格中，用无刻度的直尺画出直线 MN ，并简要说明点 M 和点 N 是如何找到的（不要求证明） _____ 。

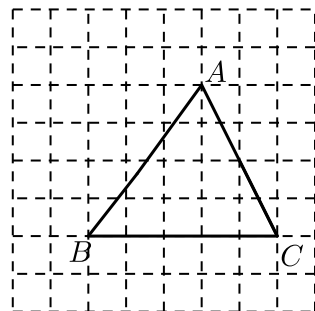
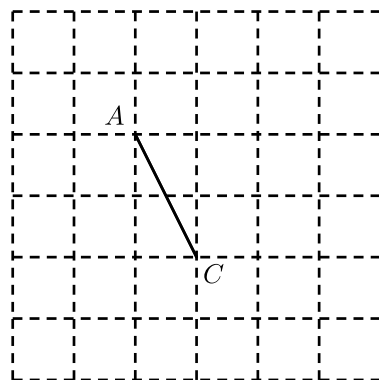


图 2

五、构造特殊四边形

例题6

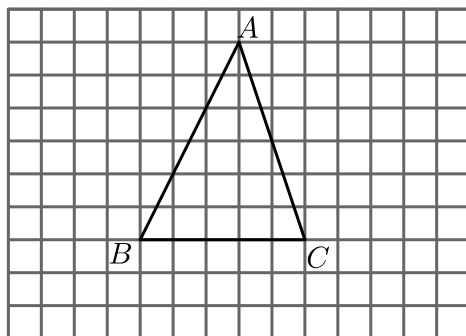
12. 如图，将线段 AC 放在每个小正方形的边长为1的网格中，点 A 、 C 均落在格点上．



- (1) AC 的长等于 _____ ．
- (2) 请在如图所示的网格中，用无刻度的直尺，画出一个以线段 AC 为对角线、周长为 $4\sqrt{2}$ 的矩形 $ABCD$ ，并简要说明画图的方法(不要求证明) _____ ．

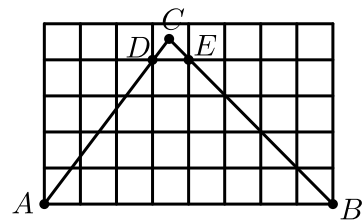
练习6

13. 如图，在每个小正方形的边长为1的网格中， A ， B ， C 均在格点上．



- (1) $\triangle ABC$ 的面积为 _____ ．
- (2) 若有一个边长为6的正方形，且满足点 A 为该正方形的一个顶点，且点 B ，点 C 分别在该正方形的两条边上，请在如图所示的网格中，用无刻度的直尺，画出这个正方形，并简要说明其它顶点的位置是如何找到的(不要求证明) _____ ．

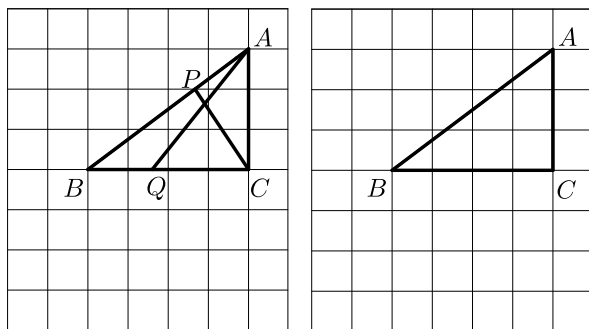
14. 如图，在每个小正方形的边长为1的网格中， A, B, D, E 为格点， C 为 AD, BE 的延长线的交点。



- (1) $\sin \angle CAB$ 的结果为 _____ .
- (2) 若点 R 在线段 AB 上，点 S 在线段 BC 上，点 T 在线段 AC 上，且满足四边形 $ARST$ 为菱形，请在如图所示的网格中，用无刻度的直尺，画出菱形 $ARST$ ，并简要说明点 R, S, T 的位置是如何找到的（不要求证明） _____ .

六、 线段和最值问题（五）

15. 如图，在由边长都为1的小正方形组成的网格中，点 A, B, C 均为格点，点 P, Q 分别为线段 AB, BC 上的动点，且满足 $AP = BQ$ 。



- (1) 线段 AB 的长度等于 _____ .
- (2) 当线段 $AQ + CP$ 取得最小值时，请借助无刻度直尺在给定的网格中画出线段 AQ 和 CP ，并简要说明你是怎么画出点 Q, P 的： _____ .

16. 在每个小正方形的边长为1的网格中，点 A 、 B 、 C 、 D 均在格点上，点 E 、 F 分别为线段 BC 、 DB 上的动点，且 $BE = DF$ 。

(1) 如图1，当 $BE = \frac{5}{2}$ 时，计算 $AE + AF$ 的值等于 _____ 。

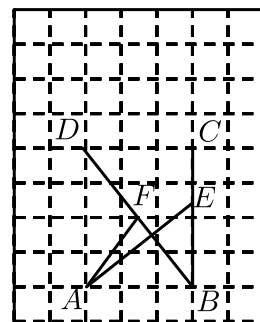


图 1

(2) 当 $AE + AF$ 取得最小值时，请在如图2所示的网格中，用无刻度尺的直尺，画出线段 AE ， AF ，并简单说明点 E 和点 F 的位置是如何找到的（不要求证明） _____ 。

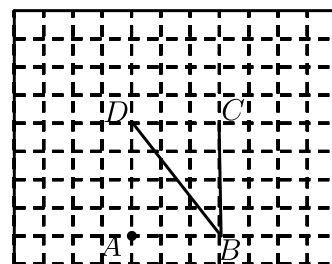
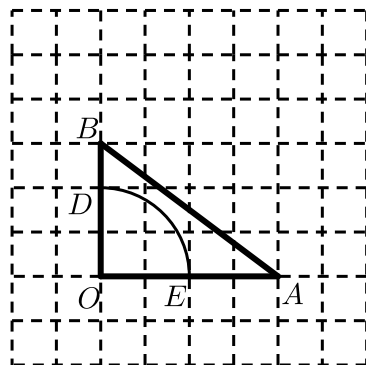


图 2

七、 线段和最值问题（阿氏圆）

17. 如图，在每个小正方形的边长为1的网格中， $\triangle OAB$ 的顶点 O ， A ， B 均在格点上，点 E 在 OA 上，且点 E 也在格点上．

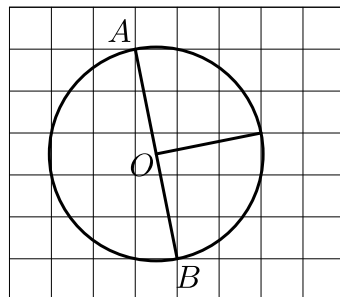


- (1) $\frac{OE}{OB}$ 的值为 _____ ．
- (2) $\widehat{DE}$ 是以点 O 为圆心，2为半径的一段圆弧，在如图所示的网格中，将线段 OE 绕点 O 逆时针旋转得到 OE' ，旋转角为 α ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$)，连接 $E'A$ ， $E'B$ ，当 $E'A + \frac{2}{3}E'B$ 的值最小时，请用无刻度的直尺画出点 E' ，并简要说明点 E' 的位置是如何找到的（不要求证明） _____ ．

八、 与圆相关

例题7

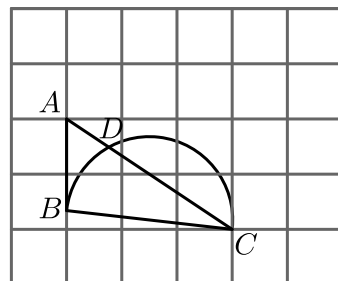
18. 如图，在每个小正方形的边长为1的网格中，点 A ，点 B 均落在格点上， AB 为 $\odot O$ 的直径．



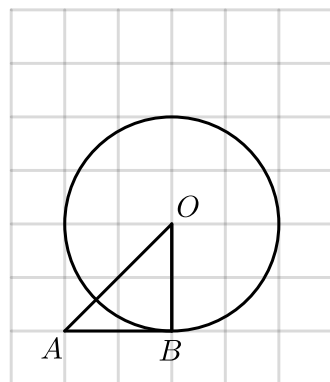
- (1) AB 的长等于 _____ ．
- (2) 请在如图所示的网格中，用无刻度的直尺，画出一个以 AB 为斜边，面积为5的 $\text{Rt}\triangle PAB$ ，并简要说明点 P 的位置是如何找到的（不要求证明） _____ ．

练习7

19. 如图，在每个小正方形的边长为1的网格中， $\triangle ABC$ 的顶点 A ， C 均落在格点上，点 B 在网格线上，且 $AB = \frac{5}{3}$ 。

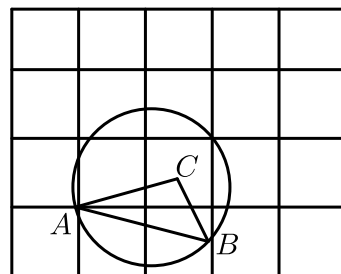


- (1) 线段 AC 的长等于 _____。
- (2) 以 BC 为直径的半圆与边 AC 相交于点 D ，若 P ， Q 分别为边 AC ， BC 上的动点，当 $BP + PQ$ 取得最小值时，请用无刻度的直尺，在如图所示的网格中，画出点 P ， Q ，并简要说明点 P ， Q 的位置是如何找到的（不要求证明）_____。
20. 如图，在每个小正方形的边长为1的网格中， $\triangle ABO$ 的顶点 A ， B ， O 均落在格点上， OB 为 $\odot O$ 的半径。



- (1) $\angle AOB$ 的大小等于 _____（度）。
- (2) 将 $\triangle ABO$ 绕点 O 顺时针旋转，得 $\triangle A'B'O$ ，点 A ， B 旋转后的对应点为 A' ， B' 。连接 AB' ，设线段 AB' 的中点为 M ，连接 $A'M$ 。当 $A'M$ 取得最大值时，请在如图所示的网格中，用无刻度的直尺画出点 B' ，并简要说明点 B' 的位置是如何找到的（不要求证明）_____。

21. 如图，在每个小正方形的边长为1的网格中， $\triangle ABC$ 的顶点 A 在格点上， B 是小正方形边的中点， $\angle ABC = 50^\circ, \angle BAC = 30^\circ$ ，经过点 A, B 的圆的圆心在边 AC 上．



- (1) 线段 AB 的长等于 _____ ．
- (2) 请用无刻度的直尺，在如图所示的网格中，画出一个点 P ，使其满足 $\angle PAC = \angle PBC = \angle PCB$ ，并简要说明点 P 的位置是如何找到的（不要求证明） _____ ．

